

安徽大学 2022—2023 学年第一学期

《数学分析（下）》考试试卷（B 卷）

（闭卷 时间 120 分钟）

考场登记表序号_____

题 号	一	二	三	四	总 分
得 分					
阅卷人					

- 一、填空题（每空 3 分，共 12 分）

得分
1. 求函数 $z = (x^2 + 1)^y$ 的全微分 $dz =$ _____.

2. 曲面 $x + 2y^2 - 3z^2 = 0$ 在其上的点 $(1, 1, 1)$ 的切平面的方程为_____.

3 设 L 是从点 $(0,0)$ 到点 $(1,1)$ 的直线段，则第一型曲线积分 $\int_L xyds =$ _____.

4. 椭球面 $x^2 + y^2 - 4z^2 = 1$ 在点 $M(2,1,1)$ 处的法线方程是_____.

- 二、计算题（共 58 分）

得分
5. (6 分) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (x^2 + \sin y) \sin \frac{1}{x + y}.$

6. (10 分) 设 $z = xf(x^2 + y^2)$, 其中 f 具有二阶导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

7. (10 分) 计算二重积分 $\iint_D x^2 y^2 dx dy$, 其中 D 是由两条双曲线 $xy = 1$ 和 $xy = 2$ 、直线 $y = x$ 和 $y = 4x$ 所围成的在第 1 象限内的闭区域.

8. (10 分) 计算曲线积分 $\int_L (e^x \sin 2y - y) dx + (2e^x \cos 2y - 10) dy$, 其中 L 是从 $A(1, 0)$ 到 $B(-1, 0)$ 的上半单位圆周。

9. (12 分) 计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} xdydz + 2ydzdx + 3zdx dy$, 其中 Σ 为 $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$ 的上侧.

10. (10 分) 求函数 $f(x, y) = x^4 + 2y^4 - 2x^2 - 12y^2 + 6$ 的极值.

三、证明题（共 20 分）

得 分	
-----	--

11. (10 分) 证明：含参量广义积分 $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x^2} \ln(1+tx) dx$ 在 $[0, +\infty)$ 是可导的

12. (10 分) 证明：函数 $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$ 在 $(0, 0)$ 处存在偏导数，但在 $(0, 0)$ 处不可微.

四. 应用题 (10 分)

得 分	
-----	--

13. 求体积为 V 而表面积最小的长方体的长宽高各为多少?